

## $\otimes$ -identidades polinomiales y $\otimes$ -identidades de grupo en álgebras de grupo

ALEXANDER HOLGUÍN VILLA

Escuela de Matemáticas

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia

Email: [aholguinvilla@matematicas.uis.edu.co](mailto:aholguinvilla@matematicas.uis.edu.co), [alexholguinvilla@gmail.com](mailto:alexholguinvilla@gmail.com)

**RESUMEN.** Sean  $R^+ = \{r \in R : r^* = r\}$  y  $R^- = \{r \in R : r^* = -r\}$  los conjuntos de elementos simétricos y anti-simétricos respectivamente del anillo  $R$  con respecto a la involución  $*$ . Una pregunta de interés general en el estudio de anillos con involución es qué propiedades de  $R^+$  o  $R^-$  pueden ser **levantadas** al anillo  $R$ . Uno de los resultados clásicos más famosos debido a Amitsur [8, Theorem 6.5.2], establece que si  $R$  es un anillo con involución tal que  $R^+$  o  $R^-$  satisface una identidad polinomial ( $R^+$  o  $R^- \in \text{IP}$ ), entonces  $R$  también satisface una IP.

En los últimos años, ha habido un aumento notorio en el estudio de varias propiedades de las álgebras de grupo  $\mathbb{F}G$ , consideradas como anillos con involución. Inicialmente, las involuciones abordadas sobre  $\mathbb{F}G$  fueron todas obtenidas como extensiones  $\mathbb{F}$ -lineales de involuciones del grupo  $G$ , siendo estudiadas propiedades como conmutatividad, Lie nilpotencia (nilpotencia), Lie  $n$ -Engel ( $n$ -Engel) en los conjuntos  $\mathbb{F}G^+$  y  $\mathbb{F}G^-$  ( $\mathcal{U}^+(\mathbb{F}G)$ ), [1 – 7, 11].

Dadas ambas, una orientación  $\sigma : G \rightarrow \{\pm 1\}$  y una involución  $*$  del grupo  $G$ , una involución de grupo orientada es definida por, [2, 3]:

$$\alpha = \sum_{g \in G} \alpha_g g \mapsto \alpha^* = \sum_{g \in G} \alpha_g \sigma(g) g^*.$$

Presentamos en esta charla algunos nuevos resultados acerca de álgebras de grupos tales que  $\mathbb{F}G^+$  ó  $\mathbb{F}G^-$  son Lie nilpotentes (o Lie  $n$ -Engel) con respecto a  $\otimes$ . Además, estudiamos  $\otimes$ -identidades de grupo en el conjunto  $\mathcal{U}^+(\mathbb{F}G)$  y damos respuesta afirmativa (bajo algunas hipótesis) a una conjetura de B. Hartley en este contexto. Finalmente, cuando el radical primo  $\eta(\mathbb{F}G)$  de  $\mathbb{F}G$  es nilpotente caracterizamos los grupos para los cuales las unidades simétricas  $\mathcal{U}^+(\mathbb{F}G)$ , satisfacen una identidad de grupo, [9, 10].

**PALABRAS CLAVES.** Álgebra de Grupo; Involución de grupo orientada; Lie  $n$ -Engel; Lie nilpotente; Elementos simétricos, Unidades simétricas.

## REFERENCIAS

- [1] Broche Cristo, Osnel. Commutativity of symmetric elements in group rings. J. Group Theory 9 (2006) 673-683.
- [2] Broche Cristo, Osnel; Polcino Milies, César. Symmetric elements under oriented involutions in group rings. Comm. Algebra 34 (2006) 3347-3356.
- [3] Castillo Gómez, John H. Polcino Milies, César. Lie properties of symmetric elements under oriented involutions. Commun. Algebra, 40 (2012) 4404-4419.
- [4] Dooms, Ann; Ruiz Manuel. Symmetric units satisfying a group identity. J. Algebra, 308 (2007) 742-750.
- [5] Giambruno, Antonio; Polcino Milies, César; Sehgal, Sudarshan K. Lie properties of symmetric elements in group rings. J. Algebra 321 (2009) 890-902.
- [6] Giambruno A., Polcino Milies César; Sehgal Sudarshan K. Group identities on symmetric units. J. Algebra 322 (2009) 2801-2815.
- [7] Giambruno, Antonio; Sehgal, Sudarshan K. Lie nilpotency in group rings. Comm. Algebra 21 (1993) 4253-4261.
- [8] Herstein, Israel N. Rings with involution. Univ. of Chicago Press, Chicago, 1976.
- [9] Holguín Villa, Alexander. Involuções de grupo orientadas em álgebras de grupo. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2013, São Paulo, Brasil.
- [10] Holguín Villa Alexander. Oriented involutions and group identities on symmetric units of group algebras. In preparation.
- [11] Lee, Gregory T. Group identities on units and symmetric units of group rings. Algebra and Applications, 12. Springer-Verlag London, Ltd., London, 2010. xii+194 pp. ISBN: 978-1-84996-503-3 MR2723223 (2012d:16074)
- [12] Polcino Milies, César; Sehgal, Sudarshan K. An introduction to group rings. Algebras and Applications, 1. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002. xii+371 pp. ISBN: 1-4020-0238-6 MR1896125 (2003b:16026)